

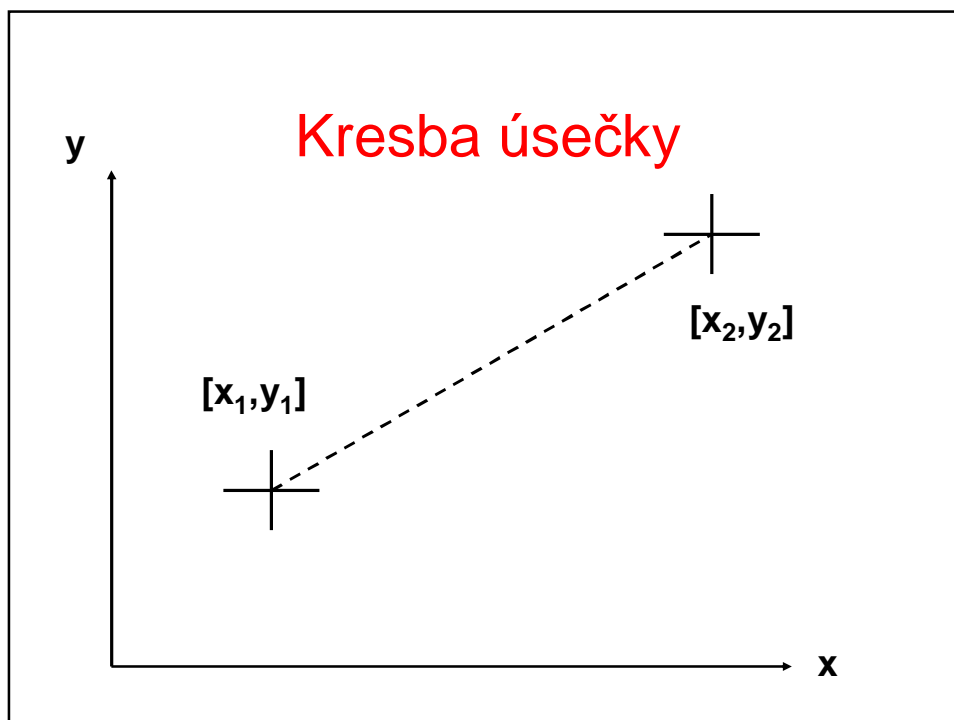
Kresba úsečky

Úkol

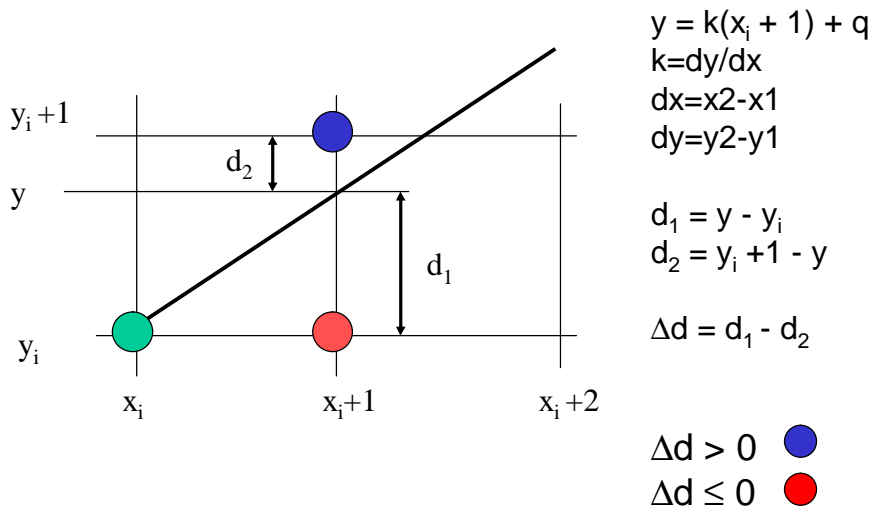
Vykreslete na rastrovém displeji úsečku spojující libovolné dva body v rovině

Předpoklad

souřadnice bodů $[x_1, y_1]$ a $[x_2, y_2]$
funkce **PutPixel(x,y)**



Bresenhamův algoritmus



Odvození

$$\begin{aligned} \Delta d &= d_1 - d_2 = y - y_i - (y_{i+1} - y) = 2y - 2y_i - 1 \\ &= 2k(x_i + 1) + 2q - 2y_i - 1 = 2dy(x_i + 1)/dx + 2q - 2y_i - 1 \\ p_i &= \Delta d \cdot dx = 2dy(x_i + 1) + 2dx \cdot q - 2dx \cdot y_i - dx \\ &= 2dy \cdot x_i - 2dx \cdot y_i + 2dy + 2dx \cdot q - dx \\ &= 2dy \cdot x_i - 2dx \cdot y_i + \text{konst.} \\ p_{i+1} &= 2dy \cdot x_{i+1} - 2dx \cdot y_{i+1} + \text{konst.} \\ x_{i+1} &= x_i + 1 \\ p_{i+1} &= 2dy \cdot x_i + 2dy - 2dx \cdot y_{i+1} + \text{konst.} \\ &= p_i + 2dx \cdot y_i + 2dy - 2dx \cdot y_{i+1} \\ &= p_i + 2dx(y_i - y_{i+1}) + 2dy \end{aligned}$$

$$\Delta d > 0, p_i > 0 : y_i - y_{i+1} = -1, p_{i+1} = p_i - 2dx + 2dy$$

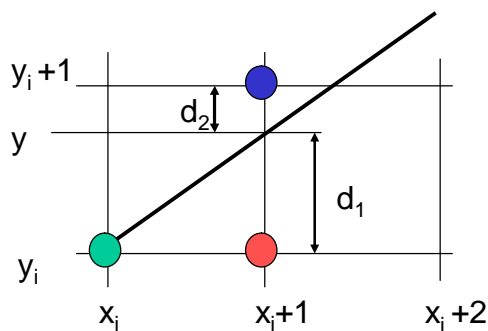
$$\Delta d \leq 0, p_i \leq 0 : y_i - y_{i+1} = 0, p_{i+1} = p_i + 2dy$$

$$p_1 = 2dy - dx$$

Bresenham – výsledné rovnice

$$\Delta d > 0, p_i > 0 : y_i - y_{i+1} = -1, \quad p_{i+1} = p_i - 2 \cdot dx + 2dy$$

$$\Delta d \leq 0, p_i \leq 0 : y_i - y_{i+1} = 0, \quad p_{i+1} = p_i + 2dy$$
$$p_1 = 2dy - dx$$



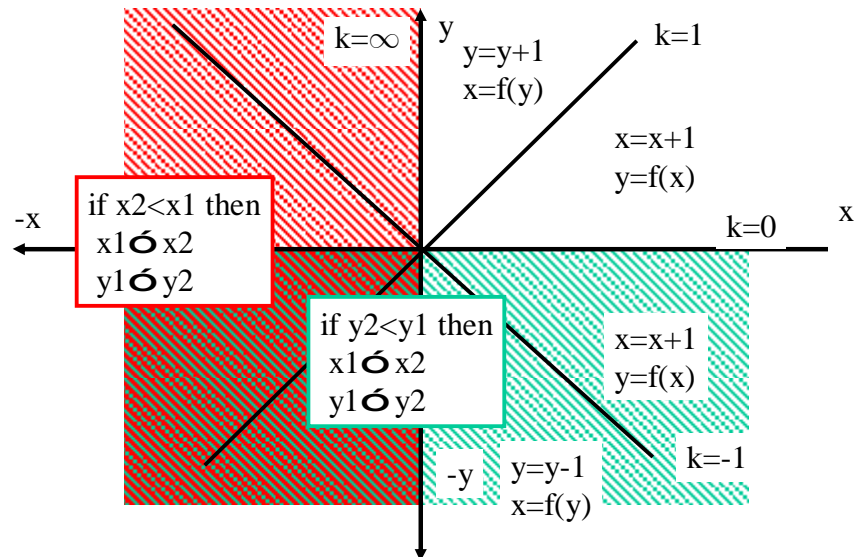
$$y = k(x_i + 1) + q$$
$$k = dy/dx$$
$$dx = x_2 - x_1$$
$$dy = y_2 - y_1$$

$$\Delta d > 0 \quad \bullet$$
$$\Delta d \leq 0 \quad \bullet$$

Bresenhamův algoritmus

```
//pro jeden pùlkvadrant
int x,y,p,k1,k2
x=x1
y=y1
p=2*dy-dx
k1=2*dy
k2=2*(dy-dx)
pixel(x,y)
while x<x2
  x=x+1
  if p<0 then p=p+k1
  else p=p+k2, y=y+1
  pixel(x,y)
```

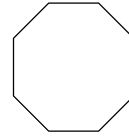
Rozdělení prostoru pro úsečku



Úprava algoritmu pro všechny kvadranty

<pre> if abs(dy)<abs(dx) then {if x2<x1 then {x1 <math>\hat{> x2 y1 <math>\hat{> y2} y=f(x)} else {if y2<y1 then {x1 <math>\hat{> x2 y1 <math>\hat{> y2} x=f(y)} </pre>	<p>jaká je řídicí osa?</p> <p>vyměň koncové body</p> <p>řídicí osa je X</p> <p>vyměň koncové body</p> <p>řídicí osa je Y</p>
--	--

Kresba kružnice



- vykreslení kružnice jako lomené čáry
- parametrické vyjádření rovnice kružnice, střed $[x_r, y_r]$
$$x = x_r + r \cos a$$
$$y = y_r + r \sin a$$
$$0 < a < 2\pi$$
úhlový přírůstek alfa $\sim 1/r$
- urychlení výpočtu souřadnic koncových bodů pomocí rotační matice

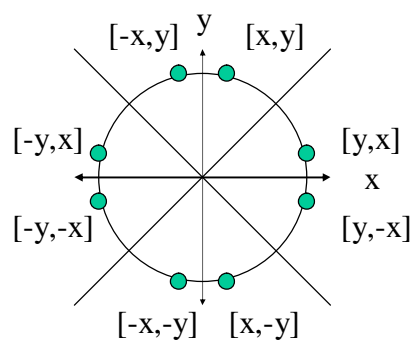
$$[x_2, y_2] = [x_1, y_1] \begin{bmatrix} \cos a & \sin a \\ -\sin a & \cos a \end{bmatrix}$$

- zaokrouhlovací chyba

Kresba kružnice II

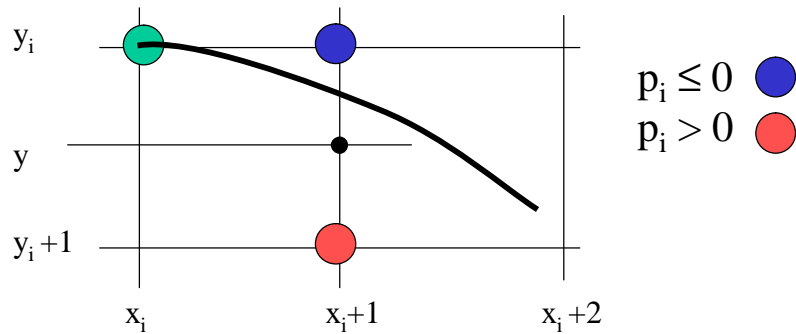
- implicitní vyjádření rovnice kružnice, střed $[0,0]$

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0$$



Bresenhamův algoritmus pro kresbu kružnice

$$p_i = F(x_i + 1, y_i - 1/2) = (x_i + 1)^2 + (y_i - 1/2)^2 - r^2$$



Výsledné rekurentní vztahy

$$p_i = (x_i + 1)^2 + (y_i - 1/2)^2 - r^2$$

$$p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3 + (y_i - 1/2)^2 + (y_{i+1} - 1/2)^2$$

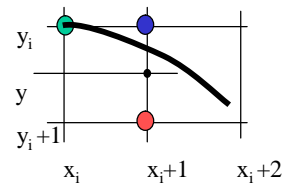
pro $x = x+1$

$$p_i \leq 0 : p_{i+1} = p_i + 2x_i + 3$$

y .. nemění se

$$p_i > 0 : p_{i+1} = p_i + 2x_i + 5 - 2y_i$$

$y = y-1$



Algoritmus - kružnice

```
dveX=3
dveY=2R-2
p=1-R
x=0
y=R
while x<=y do
    kresli 8 symetrických bodů na [x,y]
    if p>0 then
        p=p-dveY, dveY=dveY-2, y=y-1
    p=p+dveX
    dveX=dveX+2
    x=x+1
```